Revista de Economia Política, Vol. 5, nº 2, abril-junho/1985

Um esclarecimento a Hoffmann

ROBERT NICOL*

Gostaria de tecer algumas considerações acerca do comentário de Hoffmann a um artigo meu sobre a taxa de lucro em Ricardo.

Concordo com Hoffmann acerca da inadequação de minha notação matemática para definir o limite de um processo que analisava.

Efetivamente, com o passar do tempo o denominador da expressão

$$\alpha = \frac{c_1}{c_1 - \rho a_0 e^{\sigma t}}$$

tende a se aproximar de zero, visto que inicialmente $c_1 > \rho a_0 e^{\sigma t}$, mas como c_1 é constante e o segundo termo aumenta continuamente com o passar do tempo, $c_1 - \rho \sigma_0 e^{\sigma t}$ tenderia a zero, ocorrendo a igualdade entre c_1 e $\rho a_0 e^{\sigma t}$ num período de tempo finito e não para um t indeterminadamente "grande".

Minha opção por colocar $\lim\limits_{t \to \infty}$ em vez de $\lim\limits_{\rho a_0 e^{\sigma t} \to c_1}$ é que queria dar ao leitor uma noção, a meu ver, mais adequada do que estava ocorrendo: isto é, que *com o passar do tempo* $\hat{\rho}$ tende a um limite. Aprecio a sugestão (correta) de Hoffmann mas prefiro ficar com uma notação inadequada mas que teria a vantagem de dar ao leitor uma noção do que estaria ocorrendo, isto é, que se trata de um processo que se desenvolve ao longo do tempo. Como, efetivamente, o uso de $\lim\limits_{t \to \infty}$ pode dar margem a confusões, optaria pela seguinte notação (que Hoffmann me perdoe):

$$\lim_{\substack{\text{à medida que o} \\ \text{tempo passa}}} \alpha = \infty$$

* Da Escola de Administração de Empresas de S. Paulo da Fundação Getúlio Vargas.

Quanto ao limite de β, gostaria de observar que não é necessário para que a demonstração seja válida que β tenda a 1 com o passar do tempo. Basta que β seja sempre diferente de zero. Efetivamente é isto o que ocorre visto que $c_2 > \rho b_0 e^{-\mu t}$ e com o passar do tempo não há nenhuma possibilidade de β tender a zero. Assim sendo, o limite do segundo termo da expressão

$$\hat{\rho} = -\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\sigma + \left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)\mu$$

seria $\lim\limits_{\text{à medida que o tempo passa}} \mu \left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)$ = zero visto que com o passar do tempo α tende a ∞.

Nestas circunstâncias, o que pretendia demonstrar é que à medida que o tempo passa $\hat{\rho}$ tende a $-\sigma$, ou seja

$$\lim_{\substack{\text{à medida}\\ \text{que o tempo}\\ \text{passa}}} \hat{\rho} = -\lim_{\substack{\text{à medida}\\ \text{que o tempo}\\ \text{passa}}} \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) + \sigma + \lim_{\substack{\text{à medida}\\ \text{que o tempo}\\ \text{passa}}} \left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)\mu$$

o que pelo que já foi demonstrado se reduz a

$$\lim_{\substack{\text{à medida que}\\ \text{o tempo passa}}} \hat{\rho} = -\sigma$$

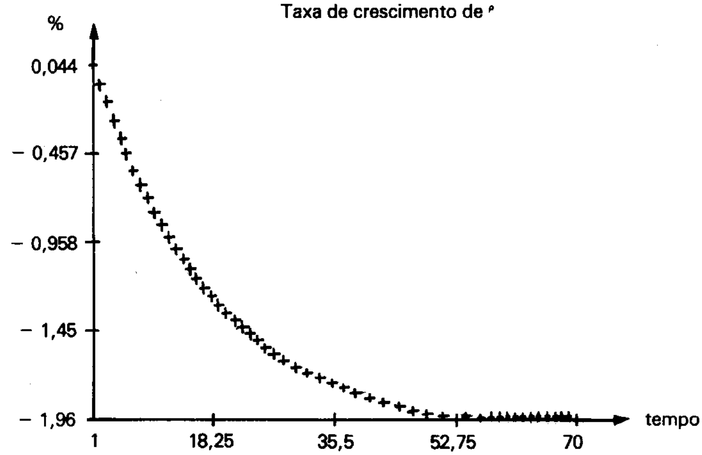
Ainda com relação ao item anterior, gostaria de lembrar a Hoffmann que o período de tempo que leva para a economia se inviabilizar não é aquele por ele apontado. A economia se inviabiliza quando ρ torna-se menor do que 1, e não quando a_1 torna-se igual a c_1. Para vermos isto basta considerarmos o exemplo abaixo:

$$\underset{(a_1)}{\text{5 unidades de trigo}} + \underset{(b_1)}{\text{10 tratores}} \rightarrow \underset{(c_1)}{\text{14 unidades de trigo}}$$

$$\underset{(a_2)}{\text{2 unidades de trigo}} + \underset{(b_2)}{\text{5 tratores}} \rightarrow \underset{(c_2)}{\text{30 tratores}}$$

Neste exemplo, para um aumento exponencial da produtividade do setor de tratores de 5% por unidade de tempo, e para um decréscimo na produtividade do setor de trigo de 2% por unidade de tempo, a economia se inviabiliza ($\rho \leqslant 1$) para $t \geqslant 50{,}955$. Para esse valor de t, $a_1 = 13{,}8535$ (menor do que o valor de $c_1 = 14$), e para este exemplo o denominador de α praticamente iguala a zero para $t = 215{,}35$, isto é α atinge um valor infinitamente grande para $t = 215{,}35$.

Reproduzo abaixo o gráfico da taxa de crescimento de ρ para o $\leqslant t \leqslant > 0$



Uma última observação com relação à demonstração anteriormente apresentada. Esta continua sendo válida mesmo se admitirmos que a taxa de aumento de produtividade no setor de tratores não seja idêntica em termos dos insumos utilizados, isto é que $\hat{a}_1$ não seja necessariamente igual a $\hat{b}_1$, e o mesmo para o caso da diminuição da produtividade no setor de trigo, isto é, que $\hat{a}_2$ não seja necessariamente igual a $\hat{b}_2$. Neste caso a expressão da pág. 59 passaria a ser:

$$\hat{\rho} = -\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\hat{a}_1 - \left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)\hat{b}_2 + \left(\frac{\hat{a}_1 - \hat{b}_1}{\alpha+\beta}\right) + \left(\frac{\hat{b}_2 - \hat{a}_2}{\alpha+\beta}\right)$$

o que ainda nos daria o resultado já obtido, isto é

Lim $\hat{\rho} = -\sigma$
à medida que
o tempo passa

visto que o terceiro e o quarto termos da expressão acima tenderiam a zero, com o passar do tempo, em decorrência de os numeradores dos referidos termos tenderem, na melhor das hipóteses, a um valor infinitamente grande mas num espaço de tempo também tendendo ao infinito, enquanto os denominadores tenderiam a um valor infinitamente grande num espaço de tempo finito.

Deixo de apresentar os resultados de uma simulação deste caso por não apresentar nenhuma novidade com relação à simulação já apresentada.

Finalmente, quanto à última observação de Hoffmann, qual seja, de que o modelo não precisa se limitar a 2 setores, concordo plenamente. De fato, Hoffman, seguindo Possas (1982), valendo-se do teorema de Perron-Frobenius, demonstra de forma muito elegante que para uma economia de *n* setores, a taxa de lucro tenderá a zero desde que qualquer a_{ii} cresça tendendo a 1. (No exemplo numérico acima $r = 0$ para $a_1 = 13{,}85$, o que equivale na notação de Hoffmann a um $a_{11} = 0{,}98$.)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

HOFFMANN, Rodolfo: "Comentários a respeito da nota de Robert Nicol sobre a tendência à queda da taxa de lucro em Ricardo", *Revista de Economia Política*, vol. 5, nº 2, abril-junho de 1985.

NICOL, Robert: "A Taxa de Lucro em Ricardo", *Revista de Economia Política*, vol. 4, nº 4, out./dez. 1984.

POSSAS, Mario: "Valor, Preço e Concorrência", *Revista de Economia Política*, vol. 2, nº 4, out./dez., 1982.